EXERCICE N°1 : 35' 5 points

L'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne les points $A(0,1,1)$; $I(-1,0,2)$ et le vecteur $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}$. Soit le plan $Q: 2y-z-3=0$.

1°) a) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de centre I, de rayon $\sqrt{5}$.

b) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

c) Montrer que D coupe la sphère S en deux points dont l'un est $B(1,0,1)$

2°) a) Soit P le plan tangent à S en B. Montrer qu'une équation cartésienne de $P: -2x+z+1=0$

b) Montrer que Q est tangent à S en un point C que l'on déterminera.

3°) a) Montrer que P et Q sont sécants et donner une représentation paramétrique de la droite $\Delta = P \cap Q$

b) Montrer que Δ et incluse dans le plan R, médiateur du segment $[BC]$

4°) Soit S_m l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de ξ tel que :

$$x^2+y^2+z^2+2(m+1)x+2(m-2)z+m=0 \ ; \ m \in IR .$$

a) Montrer que, pour tout $m \in IR$, S_m est une sphère dont on précisera le centre I_m et le rayon R_m

b) Quel est l'ensemble des points I_m lorsque m décrit IR.

c) Etudier suivant m, la nature de $P \cap S_m$.

EXERCICE N°2 : 35' 6 points

L'espace ξ étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soient les points $A(0,0,1)$, $I(-2,-1,-1)$ et la droite Δ dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\alpha+2 \\ z=-2\alpha-1 \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$

1°) a) Donner l'équation de la sphère S de centre I et passant par A.

b) Montrer que la droite Δ coupe S en deux points B et C dont on précisera les coordonnées.

c) Déterminer l'équation cartésienne du plan P médiateur du segment $[BC]$.

2°) m étant un paramètre réel. On considère le plan $Q_m : (m+2)x+y+mz-4+m=0$.

a) Trouver m vérifiant $Q_m \perp P$.

b) Discuter, suivant les valeurs de m, l'intersection de Δ et Q_m. Peut-on avoir $\Delta \perp Q_m$?

b) Montrer que (OD) coupe Q en un point Ω dont on déterminera les coordonnées.

3°) Soit S la sphère de centre Ω et rayon $3\sqrt{3}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Vérifier que S passe par A, B, C et D.

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn